

УДК 369.04:519.863

Юрченко М.Е.

кандидат фізико-математических наук, доцент,
доцент кафедри інформаційних систем в економіці
Чернігівського національного технологічного університета

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕТОДОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ СПРОСА НА ПРОДУКЦИЮ

APPLICATION OF PROBABILISTIC METHODS IN MODELING DEMAND FOR PRODUCTS

АННОТАЦИЯ

Успешная деятельность промышленного предприятия невозможна без построения прогнозной модели спроса на его продукцию. Сегодня не существует единых подходов и методики построения математических моделей количественной оценки факторов, влияющих на спрос на товар, производимый предприятием, и, как следствие этого, выявления резервов роста производства. Это обусловлено тем, что возникновение спроса на тот или иной товар зачастую носит вероятностный характер. В статье представлен метод, позволяющий произвести оценку резервов роста предприятия с использованием математического аппарата элементарных случайных функций. Эта математическая модель позволяет также выявить зависимость спроса на продукцию от ее цены.

Ключевые слова: спрос, оптимизационная модель, вероятностные методы, метод случайных функций.

АНОТАЦІЯ

Успішна діяльність промислового підприємства неможлива без побудови прогнозової моделі попиту на його продукцію. Сьогодні не існує єдиних підходів і методики побудови математических моделей кількісної оцінки факторів, що впливають на попит на товар, вироблений підприємством, і, як наслідок цього, виявлення резервів зростання виробництва. Це зумовлено тим, що виникнення попиту на той чи інший товар найчастіше носить імовірнісний характер. У статті представлений метод, що дає змогу зробити оцінку резервів зростання підприємства з використанням математичного апарату елементарних випадкових функцій. Ця математична модель дозволяє також виявити залежність попиту на продукцію від її ціни.

Ключові слова: попит, оптимізаційна модель, імовірнісні методи, метод випадкових функцій.

ANNOTATION

The successful operation of an industrial enterprise is impossible without constructing a forecast model of the demand for its products. At the moment, there is no single approach and methodology for constructing mathematical models for quantifying the factors affecting the demand for goods produced by the enterprise and, as a consequence, identifying the reserves of production growth. This is due to the fact that the emergence of demand for a particular product has often a probabilistic nature. This article presents a method that allows estimating the growth reserves of an enterprise using the mathematical apparatus of elementary random functions. The presented mathematical model also makes it possible to reveal the dependence of the demand for products on their price.

Key words: demand, optimization model, probabilistic methods, random function method.

Постановка проблеми. В сучасних економічних умовах аналіз господарської діяльності промислового підприємства складає основу для прийняття оптимальних управлінських рішень. Все господарське явлення і процеси знаходяться во взаємозв'язку, а кожна окремо взята господарська опера-

ція являється наслідком одного, а разом з тим і причиною другого явлення. На будь-якому промисловому підприємстві об'єм виробництва і реалізація продукції визначаються рядом численних факторів, серед яких одним з важливих є величина попиту. Таким чином, для визначення об'єму виробництва необхідно, перш за все, провести аналіз попиту і оцінити рівень конкурентоспроможності виробленої продукції. Слід зауважити, що сьогодні немає чітких статистических і економіко-математических методів, які б дозволяли достовірно визначити тенденції зміни попиту на конкретний вид товару, тому рішення подібних завдань ускладнюється необхідністю побудови модельних прогнозних кривих попиту на кожен окремий вид товару. В зв'язку з цим побудова уніфікованих прогнозних моделей залежності попиту на продукцію від різних факторів, зокрема від ціни, є актуальною проблемою математического програмування. Слід зауважити, що математическа постановка цієї задачі ускладнюється тим, що на попит впливають фактори, які мають вероятностний характер.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Побудова нових прогнозних моделей залежності попиту від ціни товару для кожного виду товарної продукції заключається в численному описанні цієї залежності і її ідентифікації. Для описання цієї залежності сьогодні використовується ряд різноманітних моделей і відповідних математических методів, найбільш поширеними серед яких є методи прикладної статистики. Як показано в роботі [1], прогнозний характер математическої моделі веде до помилок і неповному відповіданню результату моделювання дійсності. Слід зауважити, що точність прогнозу забезпечується правильністю вибору методу і моделювання прогнозування. В роботах [2–5] показано, що на сьогоднішній момент найбільш оптимальними з цієї точки зору є моделі часових рядів, які порівнюють одну і ту ж залежну змінну попиту в певній точці часу до значенням тих же незалежних

переменных спроса в предыдущие моменты времени. Существенным недостатком этих моделей является тот факт, что они могут быть применены только в краткосрочном прогнозировании с горизонтами планирования от одной недели до трех месяцев или в прогнозировании на средний срок с горизонтами планирования от трех месяцев до одного года. В частности, в работе [4, с. 103] для оценки резервов роста производства предложено использовать так называемые причинно-следственные модели, основанные на методах статистической регрессии. Но, как показано автором, несмотря на значимость, применение указанных моделей в экономике изучено еще недостаточно.

Недостаточная разработанность методологии построения прогнозных моделей приводит к кризисам, которые сопровождаются крупными экономическими потерями, а также увеличивают риск банкротства предприятия.

Выделение не решенных ранее частей общей проблемы. Однако следует отметить, что сейчас существует ряд отдельных моделей, но целостное представление, теория и методология их построения отсутствуют. Таким образом, в этой статье будет представлен некоторый обобщенный подход к созданию модели «спрос-цена».

Цель статьи – используя метод случайных функций, построить вероятностную математическую модель зависимости спроса на продукцию от ее цены.

Изложение основного материала исследования. Как уже было отмечено, построение прогнозной модели зависимости между факторами «спрос-цена» $H(P)$ для каждого производимого товара заключается в численном описании этой зависимости. Достоверность прогноза зависит от степени учета в соответствующей модели влияния факторов, заданных функциональной зависимостью $H = H(P)$. Рассматриваемые факторы условно можно разделить на две группы. К первой группе относятся факторы, значения которых точно известны до начала планового периода (контролируемые факторы). Ко второй группе можно отнести факторы, носящие случайный характер, значения которых в плановом периоде заранее неизвестны, и такие, детальный учет которых ввиду их многочисленности требует больших затрат труда и времени (неконтролируемые факторы). Влияние последних находит отражение в статистических данных о фактическом спросе на товар, и именно этой группой факторов определяется отклонение фактического спроса от прогнозируемого. Следовательно, при прогнозировании кривой спроса необходимо учитывать влияние факторов обеих групп.

В работе [6] показано, что вероятностное описание является одним из способов учета неконтролируемых факторов и при этом зависимость спроса от цены $H = H(P)$ является случайной функцией. Основными характеристиками представленной случайной функции являются мате-

матическое ожидание $M(H(P))$ и дисперсия $D(H(P))$. Для прогнозирования поведения кривой спроса методом случайных функций в качестве случайной функции выберем функцию, имеющую такой вид:

$$H(x) = \mu \cdot \vartheta(x), \quad (1)$$

где μ – случайная величина, $\vartheta(x)$ – неслучайная функция, которую будем представлять в виде $\vartheta(x) = ax + b$. Все возможные реализации элементарной случайной функции $H(x)$ могут быть получены из графика функции $\vartheta(x)$ путем изменения масштаба по оси ординат. Отметим, что над элементарными случайными функциями всевозможные аналитические преобразования выполняются без особых математических сложностей, что является наиболее существенным фактором для задач управления ассортиментом. При этом вероятностные характеристики можно представить в таком виде:

$$\begin{aligned} H(x) &= \bar{\mu}\vartheta(x), \\ D(H(x)) &= D\mu\vartheta^2(x), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\bar{\mu}$ и $D\mu$ – среднее значение и дисперсия случайной величины μ .

Предполагаем, что если H – объем продаж, а x – цена продажи, то можно получить выражения, характеризующие функциональную зависимость экономических показателей от цены:

$$\begin{aligned} V(x) &= xH(x)\vartheta(x), \\ Z(y) &= y\mu\vartheta(x), \end{aligned} \quad (3)$$

где $V(x)$ и $Z(y)$ – соответственно выручка и затраты на закупку, y – закупочная цена единицы товара. Представление функции $H = H(P)$ в виде элементарной случайной функции или суперпозиции таких функций позволяет свести задачу прогнозирования спроса к задаче прогнозирования числовых характеристик случайных параметров. В частности, в работе [5] показано, что на практике достаточно использовать линейные зависимости спроса:

$$H(P) = aP + b, \quad (4)$$

где $H(P)$ – спрос в натуральных единицах, P – цена спроса, a , b – некоторые коэффициенты.

В представленном случае задача прогнозирования спроса может быть сведена к задаче прогнозирования двух случайных параметров a, b . Для определения параметров кривой спроса необходима соответствующая информация, а наиболее эффективным способом ее получения является непосредственное обращение к покупателям. Вследствие этого метод экспертных оценок является наиболее приемлемым для оценки параметров кривой спроса.

Процедура экспертной оценки некоторого случайного параметра δ состоит в том, что экспертом определяются три значения прогнозируемого параметра: наименьшее предполагаемое значение δ_{min} , наибольшее предполагаемое значение δ_{max} и наиболее вероятное значение δ_0 . Математическая обработка этих данных производится с учетом гипотезы о том, что параметр δ является случайной величиной, плотность

распределения вероятностей которой задается тремя экспертными показателями $(\delta_{min}, \delta_0, \delta_{max})$. В частности, как показано в [6], выражения для среднего значения параметра $\bar{\delta}$ и дисперсии $D(\delta)$ могут быть представлены в таком виде:

$$\bar{\delta} = (\delta_{min} + 4\delta_0 + \delta_{max})/6, \quad (5)$$

$$D(\delta) = (\delta_{max} - \delta_{min})^2/36. \quad (6)$$

Следовательно, с учетом изложенных выше предположений методика прогнозирования спроса для случая линейной зависимости «спрос-цена» $H(P) = aP + b$ может быть описана таким алгоритмом. За исходные данные прогнозирования принимаются:

$K_{1, min}$ – наименьшее предполагаемое количество единиц товара, которое приобретут покупатели по цене P_1 за единицу товара;

$K_{1, max}$ – наибольшее предполагаемое количество единиц товара, которое приобретут покупатели по цене P_1 за единицу товара;

$K_{1,0}$ – наиболее вероятное количество единиц товара, которое приобретут покупатели по цене P_1 за единицу товара;

$K_{2, min}$ – наименьшее предполагаемое количество единиц товара, которое приобретут покупатели по цене P_2 за единицу товара;

$K_{2, max}$ – наибольшее предполагаемое количество единиц товара, которое приобретут покупатели по цене P_2 за единицу товара;

$K_{2,0}$ – наиболее вероятное количество единиц товара, которое приобретут покупатели по цене P_2 за единицу товара.

В связи с тем, что не существует методов, дающих абсолютно надежные прогнозы продаж, с вероятностной точки зрения необходимо также иметь интервальные оценки рисков, связанных с невостребованностью товара. С учетом соотношений (5), (6) вероятностные характеристики случайных величин K_1, K_2 , характеризующих количество единиц продукции, приобретаемых соответственно по цене P_1 и P_2 , могут быть представлены в виде:

$$\bar{K}_1 = (K_{1,min} + 4K_{1,0} + K_{1,max})/6, \quad (7)$$

$$D(K_1) = (K_{1,max} - K_{1,min})^2/36, \quad (8)$$

$$\bar{K}_2 = (K_{2,min} + 4K_{2,0} + K_{2,max})/6, \quad (9)$$

$$D(K_2) = (K_{2,max} - K_{2,min})^2/36. \quad (10)$$

Используя уравнение прямой, проходящей через две точки, получаем аналитические выражения для среднего значения и дисперсии спроса:

$$H(P) = \frac{(P-P_1)\bar{K}_2}{(P_2-P_1)} + \frac{(P_2-P)\bar{K}_1}{(P_2-P_1)},$$

$$DH(P) = \frac{(P-P_1)^2 DK_2}{(P_2-P_1)^2} + \frac{(P_2-P)^2 DK_1}{(P_2-P_1)^2}.$$

Полученные аналитические выражения позволяют спрогнозировать спрос на продукцию предприятия и, как следствие этого, принимать решения относительно изменения объемов производства и сбыта. Величина резерва роста производства определяется в этом случае как разность между прогнозной оценкой спроса и фактически выпущенной продукцией.

Выводы. В предположении, что зависимость спроса от цены задана в виде элементарной случайной функции, представлен метод, позволяющий с высокой вероятностью спрогнозировать объемы продаж. Показано, что это представление функции спроса является оптимальным и позволяет свести задачу к прогнозированию числовых характеристик случайных параметров методом экспертных оценок.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК:

1. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики / А.Н. Ширяев. – Москва: Фазис, 1998. – 512 с.
2. Половников В.А. Экономико-математические методы и прикладные модели / В. А. Половников. – Москва: АФЦ, 1997. – 105 с.
3. Мак Т. Элементы страхового риск-менеджмента / Т. Мак. – Москва: Олимп Бизнес, 2012. – 411 с.
4. Радюк Л.Е. Теория вероятностей и случайных процессов / Л.Е. Радюк, А.Ф. Терпугов. – Москва: ЮФУ, 1988. – 174 с.
5. Юрченко М.Е. Модель оцінки ймовірності банкрутства підприємств у сучасних реаліях [Електронний ресурс] / М.Е. Юрченко, Н.А. Марченко // Ефективна економіка. – 2015. – Режим доступу : <http://www.economy.nayka.com.ua>.
6. Newell A., Rosenbloom P.S. Mechanisms of skill acquisition and the law of practice // Cognitive skills and their acquisition / ed. J.R. Anderson. Hillsdale, NJ, 1980. P. 1–51; Ritter F.E., Schooler L.J. The learning curve. In International Encyclopedia of the Social and Behavioral Sciences. Amsterdam, 2002. P. 8602–8605.